

文章编号: 1000-8055(2001) 03-0262-05

解决湍流圆/平射流异常现象的数值研究

李维冰, 高 歌

(北京航空航天大学 404教研室, 北京 100083)

摘要: 圆射流/平面射流异常现象是湍流研究领域的一个著名的难题, 是验证湍流微分方程模型的试金石。本文用 GAO-YONG 不可压湍流控制方程对圆射流进行了数值验证, 成功地解决了该难题, 进一步证明了该方程对真实湍流的适定性和通用性。

关 键 词: 湍流; 圆射流; 异常现象; 数值分析

中图分类号: O357.5

文献标识码: A

1 引 言

射流研究中的圆射流/平面射流异常现象是指: 现有的微分方程湍流模型在对二维平面射流进行数值模拟时, 计算得到的射流扩散率 (spreading rate) 与实验值吻合得较好; 而使用相同的模型计算轴对称圆射流时得到的射流扩散率要超出实验值约40%, 并且要大于二维平面射流的计算值, 这与实验结果相反: 实验结果表明轴对称圆射流的射流扩散率小于二维平面射流的射流扩散率^[1,2]。这一异常现象是国际湍流研究领域三十年来一个著名的难题, 因为现有的微分方程湍流模型无论怎样调整经验系数也无法解决它,

因此成为验证一个湍流模型成功与否的试金石。表1给出了3种常见湍流模型计算的射流扩散率数据^[1]。高歌和熊焰使用侧偏统计平均方法理性推导了不可压湍流的封闭方程^[3], 方程中不含经验系数, 既能计算统计平均流, 也能计算模拟湍流结构流, 已用平面射流、层流—湍流转捩及后向台阶流动等算例初步验证了方程对真实湍流的适定性。本文用该方程对轴对称圆射流进行了数值模拟, 以进一步检验该方程的适定性和通用性。计算得到的圆射流扩散率比二维平面射流的值要小, 并且落在实验值测量带内, 成功地解决了圆/平射流异常现象问题。

表1 3种常见湍流模型计算的射流扩散率数据

流 动	$k-\omega$ 模型	$k-\epsilon$ 模型	LRR 模型	实 验
平面射流	0. 900~0. 136	0. 109	0. 123	0. 100~0. 110
圆射流	0. 073~0. 371	0. 120	0. 135	0. 086~0. 095

2 湍流模型和数值方法

2.1 方程形式

方程的具体推导及各项的物理意义见文献[3], 这里直接给出平均流连续方程、动量方程, 漂移流连续方程、动量方程, 机械能方程及涡团粘性

系数张量如下:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} = - \frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \bar{u} + \nabla \bar{\tau} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \tilde{u} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \tilde{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \tilde{p} + \nu \nabla^2 (\tilde{u} - \bar{u}) + \left(\tilde{u}_r \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \tilde{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial x} \right) \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\tau} - \nabla \cdot \bar{\tau} - (\tilde{u} \cdot \nabla) \bar{u} \quad (4)$$

$$\xi: \nabla \bar{u} = l \cdot \left[-\frac{1}{\rho} \nabla \tilde{p} + \nu \nabla^2 (\tilde{u} - \bar{u}) + \nabla \cdot (\tilde{\tau} - \bar{\tau}) - (\tilde{u} \cdot \nabla) \bar{u} \right] \quad (5)$$

$$\xi = C_s l \tilde{u} \quad (6)$$

其中: (1) u 是速度矢量, ρ 是流体密度, p 是流体压强, ν 是层流粘性系数, τ 是湍流应力张量, ξ 是各向异性涡团粘性系数张量, l 是漂移位矢, C_s 是实度系数; (2) 上标 “-” 和 “~” 分别对应平均流和漂移流; (3) 湍流应力张量利用各向异性涡团粘性系数张量及应变率算出, 具体方程详见文献[3]。

本文使用一阶精度的能量方程, 因为射流相对来流是小扰动流动。

柱坐标系下方程的具体形式(轴对称、二维、定常)为:

平均流相关方程:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} + \frac{\bar{u}_r}{r} = 0 \quad (7)$$

r 向动量方程:

$$\bar{u}_r \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} + \bar{u}_x \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial x^2} - \frac{\bar{u}_r}{r^2} \right) + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_r}{\partial r} + \frac{\partial \bar{\tau}_{rx}}{\partial x} + \frac{\bar{\sigma}_r}{r} \right) \quad (8)$$

x 向动量方程:

$$\bar{u}_r \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} + \bar{u}_x \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{rx}}{\partial r} + \frac{\bar{\tau}_{rx}}{r} \right) \quad (9)$$

漂移流相关方程:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial x} + \frac{\tilde{u}_r}{r} = 0 \quad (10)$$

r 向动量方程:

$$\bar{u}_r \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \bar{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_r}{\partial x^2} - \frac{\tilde{u}_r}{r^2} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial x^2} - \frac{\bar{u}_r}{r^2} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{\sigma}_r}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{rx}}{\partial x} + \frac{\tilde{\sigma}_r}{r} \right) - \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_r}{\partial r} + \frac{\partial \bar{\tau}_{rx}}{\partial x} + \frac{\bar{\sigma}_r}{r} \right) -$$

x 向动量方程:

$$\bar{u}_r \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial r} + \bar{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial x^2} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial x^2} \right) - \left(\frac{\partial \tilde{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{rx}}{\partial r} + \frac{\tilde{\tau}_{rx}}{r} \right) + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{rx}}{\partial r} + \frac{\bar{\tau}_{rx}}{r} \right) - \left(\tilde{u}_r \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} + \bar{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial x} \right) \quad (12)$$

$$\text{能量方程: } \xi: \nabla \bar{u} = l \cdot [\dots] \quad (13)$$

其中: 下标 x, r 分别表示轴线方向和半径方向; σ_x, τ_r 为正应力、剪应力; $[\dots]$ 为漂移流动量方程的右端项, 其分量形式已在前面给出, 篇幅所限, 不再重复; 其它同直角坐标系下方程的说明。

数值计算中采用无量纲形式的方程, 使用控制容积法离散微分方程。

2.2 计算网格

考虑到对称性, 计算域为以射流轴线分开的 1×0.2 的矩形域。使用矩形网格。网格划分为 41×61 。采用先面后点的方法。 x 方向均匀划分, r 方向分段加密: 在 $0 \sim 0.02$ 的区域内使用较密的网格, 因为这个区域内有较强的剪切, 存在大的速度梯度, 流动复杂。网格具体划分如下:

先划分控制容积面:

$$x_{ui} = \begin{cases} 1.0 \times \frac{i-1}{39} & 1 \leq i \leq 40 \\ 1.0 & i = 41 \end{cases}$$

$$r_{vj} = \begin{cases} 0.02 \times \frac{j-1}{30} & 1 \leq j \leq 31 \\ 0.02 + 0.18 \times \frac{j-31}{29} & 32 \leq j \leq 60 \\ 0.2 & j = 61 \end{cases}$$

再划分网格线:

$$x_i = \begin{cases} 0.0 & i = 1 \\ \frac{x_{u(i-1)} + x_{ui}}{2} & 2 \leq i \leq 40 \\ 1.0 & i = 41 \end{cases}$$

$$r_j = \begin{cases} 0.0 & j = 1 \\ \frac{r_{v(j-1)} + r_{vj}}{2} & 2 \leq j \leq 60 \\ 0.2 & j = 61 \end{cases}$$

网格划分示意图如图1:

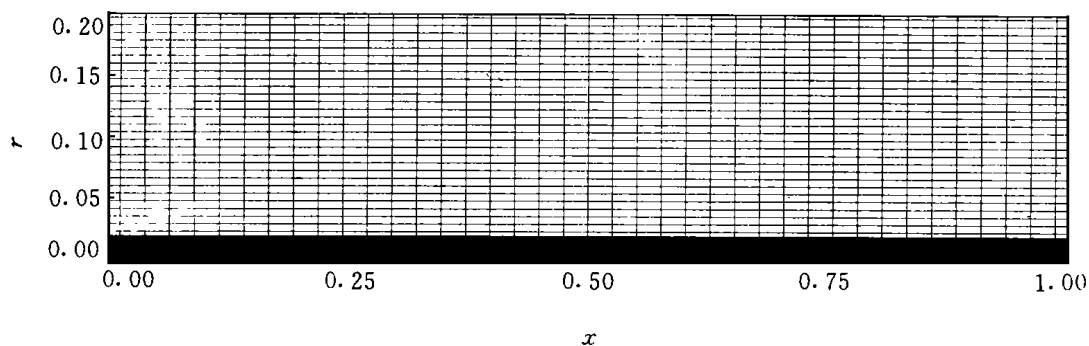


图1 计算网格

2.2 边界条件

射流口半径为0.01, 来流雷诺数为 3.0×10^4 , 来流速度为1.0。

(1) 进口边界条件($i=1$ 处): 当 $0 \leq r \leq 0.01$ 时, $\bar{u}_{1,j} = 1.0$; 当 $0.01 < r \leq 0.2$ 时, $\bar{u}_{1,j} = 0.0$; $\bar{v}_{1,j} = 0.0$; $\bar{w}_{1,j} = 0.0$; $\bar{\theta}_{1,j} = 0.0$; (2) 出口边界条件($i=n_i$ 处): 所有物理量均外推; (3) 轴线边界条件($j=1$ 处): $\bar{w}_{1,1} = \bar{w}_{1,2}$; 其它物理量均赋零; (4) 外边界($j=n_j$ 处): 所有物理量均外推。

3 计算结果及分析

计算得到的圆射流扩散率为0.086, 实验值为

0.086~0.095^[1]。

图2是计算得到的流线图, 可以清楚地看到射流及其周围被引射流中的涡旋。

图3是相应的速度矢量图, 从图中可见, 被引射区内的速度值极小。

图4, 图5是速度矢量图的局部放大。可以看到, 由于动量的横向传递, 引射卷吸进入射流区的流体获得动量而随同原来射出的流体向前流动, 原来的流体因为失去动量而逐渐降低速度。卷吸与掺混作用造成射流断面不断扩大, 速度不断减低, 流量沿程增加^[4]。

图6是速度剖面与实验值^[6]的比较。图中轴

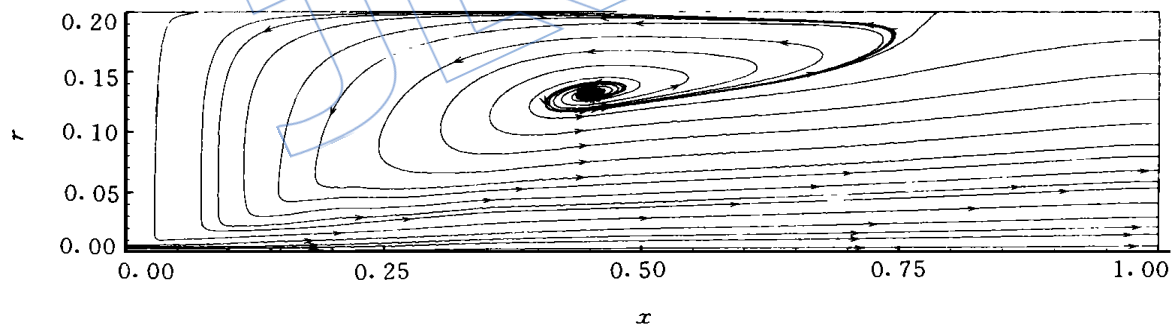


图2 圆射流流线图

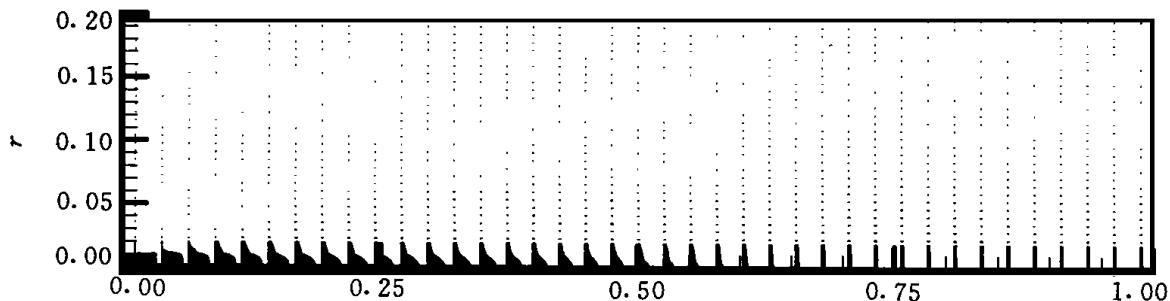


图3 圆射流速度矢量图

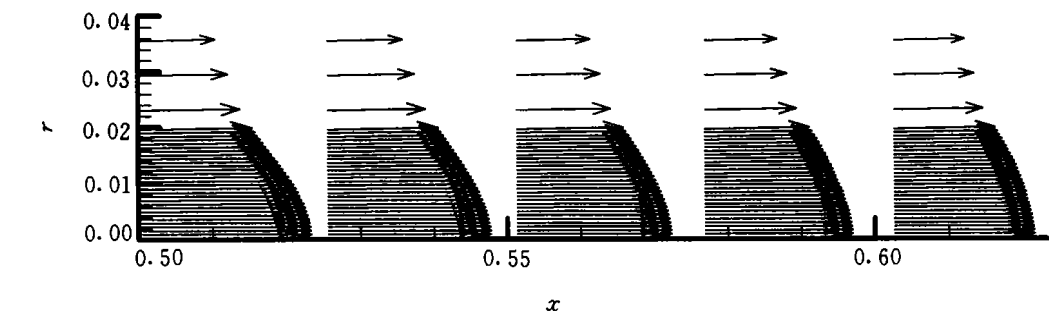


图4 速度矢量图局部放大

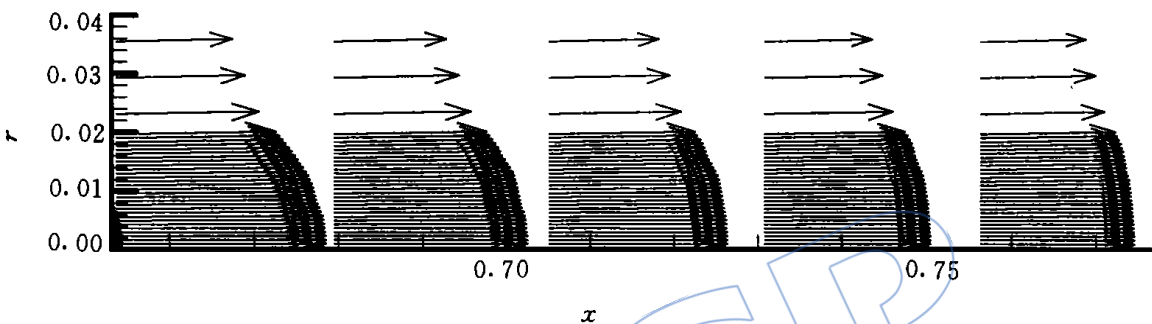


图5 速度矢量图局部放大

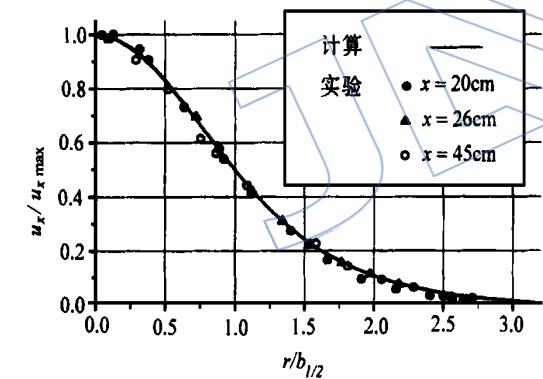


图6 $x=0.692, 0.795, 0.897$ 处的轴向速度 u_x 剖面

向速度 u_x 的自保性(self-preservation) 非常明显: 3个位置的实验值与计算曲线几乎完全重合。(图中 $b_{1/2}$ 是圆射流的半宽度)。

图7, 图8雷诺应力分量在轴向及半径方向上的剖面。图中 ρ_0 和 u_0 分别为来流的密度和速度, L 为100倍射流喷口半径的特征长度。

4 讨 论

(1) GAO-YONG 方程在推导中有一个重要假设: 漂移流具有正交各向异性^[3]。正交各向异性在固体力学中用于描写具有正交对称材料特性的层板。联想到木头本身是圆的, 很类似于圆射流的

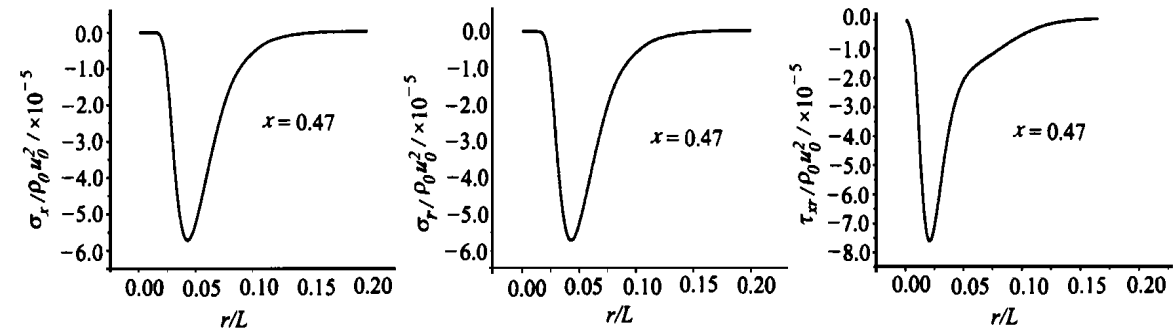


图7 σ_x, σ_r 和 τ_{xr} 在 $x=0.47$ 处的剖面

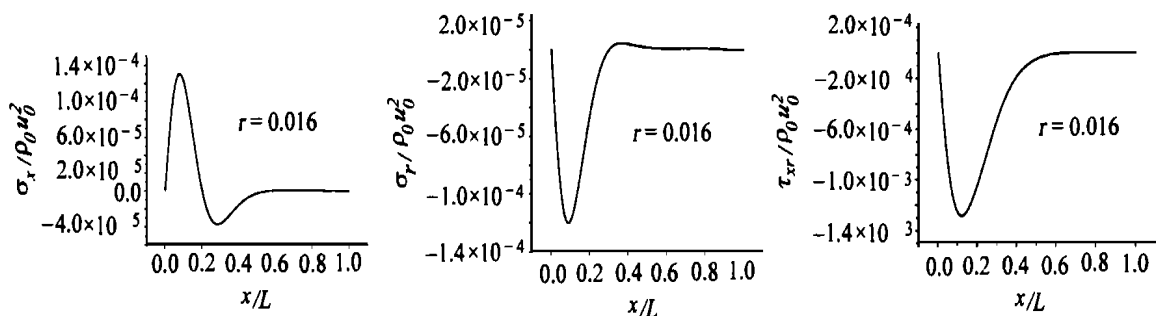


图8 σ_x , σ_r 和 τ_{xr} 在 $r = 0.016$ 处的剖面

流动形态, 在计算中引入一个假设: 在圆射流过其轴线的平面上, 漂移流是轴对称正交各向异性的。计算结果表明这样的假设是合理的。

(2) 在文献[3]中引入了实度系数的概念。在本算例中, 实度系数取值如下: $C_s = \frac{2}{3} \times \frac{r-h}{r+h}$ 其中: r 为控制体中心处的半径, h 为控制体半高度。如果 C_s 取 $2/3$ (即与二维平面射流一样), 计算得到的射流扩散率为 0.08 。

(3) 从计算结果来看, 圆射流较明显的自保存性 (或者说流速分布的相似性) 起始于 $x/d = 30$ 处 (无量纲喷口直径 $d = 0.02$)。文献[5]中提到射流真正的自保存性出现在 $x/d = 70$ 的位置, 大多数实验测量都是在这个位置后进行的。

(4) 求解能量方程时会获得漂移位矢 l 的多值离散解, 光滑的应力分布曲线是在计算收敛后对离散值进行光滑平均后得出的。如果在迭代过程中对 l 的多值离散解进行平均, 则不能解决圆/平射流异常现象问题。这说明多值离散解的平均值不是能量方程的解, 而这正是解决圆/平射流异常现象问题的关键所在。而以往的各种微分方程湍流模型一概使用了求解平均尺度的方法, 因而不能正确计算圆射流。这就提醒我们, 在具有多尺

度重叠现象的强非线性问题及湍流研究中, 用平均尺度代表多重尺度的方法是值得商榷的。

(5) 通过侧偏平均及动量传输链模化得到的不可压湍流控制方程, 保留了包括一阶扰动统计平均量在内的全部扰动信息, 不含任何经验系数和经验处理。计算结果尤其是射流扩散率进一步证明了该方程对真实湍流的适定性和通用性, 对湍流的理论研究及工程计算有很大的意义。同时, 该方程还需要更多的数值检验和不断地完善。

参考文献:

- [1] David C. Wilcox. Turbulence Modeling for CFD[M]. DCW Industries, Inc, 1993: 99–103.
- [2] Pope S.B. An Explanation of the Turbulent Round-Jet/Plane-Jet Anomaly[J]. AIAA, 1978, 16(3): 279–281.
- [3] 高歌, 熊焰. 不可压湍流平均流与拟序流的各向异性模式理论及其数值验证[J]. 航空动力学报, 2000, 15(1): 1–12.
- [4] 余常昭. 紊动射流[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.
- [5] Wygnamski I, Fiedler H. Some Measurements in the Self-Preserving Jet[J]. J. Fluid Mech, 1969, 38(3): 577–612.
- [6] 章梓雄, 董曾南. 粘性流体力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.

(责任编辑 王震华)

The Solution of Round-Jet/Plane Jet Anomaly Using GAO-YONG Incompressible Turbulence Equations

LI Wei-bing, GAO Ge

(4th Dept., Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The round-jet/plane-jet anomaly remains as a long-unsolved problem in turbulence, and it is the touchstone of a turbulence model of differential equations. In this paper, axisymmetric round jet is numerically simulated with GAO-YONG turbulence model. The calculation successfully simulates the flow and predicts a spreading rate of 0.086 , which is close to the measured range of 0.086 to 0.093 and thus solves the round-jet/plane-jet anomaly problem. All the results further verify the adaptability and generality of the equations to real turbulent flow.

Key words: turbulence; circular jets; anomaly; numerical analysis